

Doctoral Thesis ETH No. 14987

A Network Implementation of a Markov Model

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZÜRICH
for the degree of
DOCTOR OF NATURAL SCIENCES

presented by
ALESSANDRO USSEGLIO VIRETTA
Dottore in Fisica, Università degli Studi di Torino - Italy
born September, 15th 1970 in Torino
citizen of Italy

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. Rodney Douglas
Dr. Shih-Chii Liu
Prof. Dr. Walter Senn
Dr. Stefano Fusi

2003

Abstract

The processing of spatiotemporal patterns plays an important role in the life of humans and animals. However, the mechanisms that allow biological systems to learn, generate, recognize and predict sequences are poorly understood. In this thesis we show that a Hopfield-like network can emulate a Markov model of a sequence of stimuli. Various researchers have proposed that sequences of stimuli create, in the cerebral cortex, attractors of network dynamics. These attractors have spatial correlations with the patterns of activity elicited by temporally adjacent stimuli, so that temporal correlations are transformed into spatial correlations. Because of their simplicity and flexibility, Hopfield-like networks have been extensively used to model several of these phenomena. Simulations showed that transitions between attractors that are highly correlated are faster than the transition between less correlated attractors. A similar mechanism might underlie the effect of priming, where a stimulus is recognized in a shorter time if it is preceded by a cognitively correlated stimulus rather than by a non-correlated one. In the presence of noise, transitions can occur spontaneously. In this case, the probability of transition between different attractors is supposed to increase with the correlation of the attractors. The dependence of the transition probabilities between attractors as a function of the attractors correlation and network parameters is an important and interesting issue that has not yet been given careful consideration. For this reason, we investigated the properties of a Hopfield-like neural network, consisting of binary neurons and binary stochastic synapses. The states of the neurons are updated using the *Glauber's* dynamics, and the synaptic weights are potentiated or depressed according to a Hebbian learning rule. The learning rule includes an asymmetric term that links patterns of activity elicited by successive stimuli. When the noise level is within a given range, the attractors are metastable and the overlaps of the network state with the attractors change in time. We show that the network can learn, in an unsupervised way, the transition probabilities from a sequence of stimuli. The unsupervised network extracts the transition statistics of input sequences generated by a Markov process and encodes them in its synaptic matrix. When an input triggers the recall process, the network generates a temporal pattern sequence whose transition statistics reflects those of the input sequences used in training. A sequence generated by a non-Markov process can also be learned, provided that the input sequence is pre-processed. The pre-processing involves the mixing of the external stimuli with the current activity state of the network. This mechanism codes the temporal history of the input sequence, thus allowing the network to process history-dependent sequences. Our detailed study of

the transition probabilities of the network state show that a Hopfield-like network with a stochastic learning rule, in the presence of noise can capture the temporal correlation statistics of input sequences.

Zusammenfassung

Die Verarbeitung von raumzeitlichen Mustern spielt eine wichtige Rolle im Leben von Menschen und Tieren. Trotzdem sind die Mechanismen, die es biologischen Systemen erlauben, Sequenzen zu erlernen, zu generieren und vorherzusagen, wenig verstanden. In dieser Arbeit zeigen wir, dass einem Hopfieldähnlichen Netzwerk ein Markov-Modell von Stimulisequenzen nachahmen kann. Mehrere Forscher haben vorgeschlagen, dass Sequenzen von Stimuli im cerebralen Kortex Attraktoren der Netzwerkdynamik erzeugen. Solche Attraktoren zeigen räumliche Korrelationen, mit denen durch zeitlich anliegende Stimuli hervorgerufene Aktivitätsmuster in räumliche Korrelationen transformiert werden. Wegen ihrer Einfachheit und Flexibilität wurden Hopfieldähnliche Netzwerke schon mehrfach benutzt, um viele dieser Phänomene zu modellieren. Diese Simulationen haben ergeben, dass Übergänge zwischen stark korrelierten Attraktoren schneller geschehen als Übergänge zwischen schwach korrelierten Attraktoren. Ein ähnlicher Mechanismus könnte dem Effekt des ‘Priming’ unterliegen: Ein Stimulus wird, wenn ihm ein kognitiv korrelierter Stimulus vorausgeht, in einer kürzeren Zeit erkannt als bei einem nicht korrelierten Stimulus. Wenn Rauschen vorhanden ist, können Übergänge spontan geschehen. In diesem Fall nimmt man an, dass sich die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen verschiedenen Attraktoren mit der Attraktorenkorrelation erhöht. Die Abhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeit zwischen Attraktoren von Attraktorenkorrelation und Netzwerkparametern ist eine wichtige und interessante Frage, die jedoch noch nicht sorgfältig untersucht wurde. Aus diesem Grunde haben wir die Eigenschaften eines Hopfieldähnlichen Netzwerks, das aus binären Neuronen und binären stochastischen Synapsen besteht, untersucht. Die Zustände der Neuronen unterliegen der Glauber-Dynamik, und die synaptischen Gewichte werden nach einer Hebb’schen Lernregel potenziert oder abgeschwächt. Die Lernregel beinhaltet einen zeitlich asymmetrischen Teil, der Aktivitätsmuster, die durch darauffolgende Stimuli hervorgerufen werden, verbindet. Wenn der Rauschpegel innerhalb eines bestimmten Bereichs liegt, dann sind die Attraktoren metastabil, und die Überlappung des Netzwerkzustandes mit den Attraktoren verändert sich mit der Zeit. Wir zeigen, dass das Netzwerk die Übergangswahrscheinlichkeiten von einer Stimulussequenz *unsupervised* lernen kann. Das unbetreute Netzwerk extrahiert die Übergangsstatistik von Stimulussequenzen, die von einem Markov-Prozess generiert werden, und kodiert sie in seiner synaptischen Matrix. Wenn ein Stimulus den Erinnerungsprozess startet, generiert das Netzwerk eine zeitliche Mustersequenz, dessen Übergangsstatistik jene aus dem Training benutzte Stimulussequenzen reflektiert. Auch eine von einem nicht Markov’schen Prozess generierte Sequenz

kann gelernt werden, vorausgesetzt dass die Stimulussequenz vorbearbeitet wird. Die Vorbearbeitung beinhaltet das Mischen der externen Stimuli mit dem aktuellen Aktivitätszustand des Netzwerks. Dieser Mechanismus kodiert den zeitlichen Ablauf der Inputsequenz und ermöglicht so dem Netzwerk die Bearbeitung von Sequenzen in Abhängigkeit der Vorgeschichte. Unsere detaillierte Studie über die Netzwerkübergangswahrscheinlichkeiten zeigt, dass ein Hopfieldähnliches Netzwerk mit einer stochastischen Lernregel, bei Vorhandensein von Rauschen, die zeitliche Korrelationsstatistik von Stimulussequenzen gewinnen kann.
